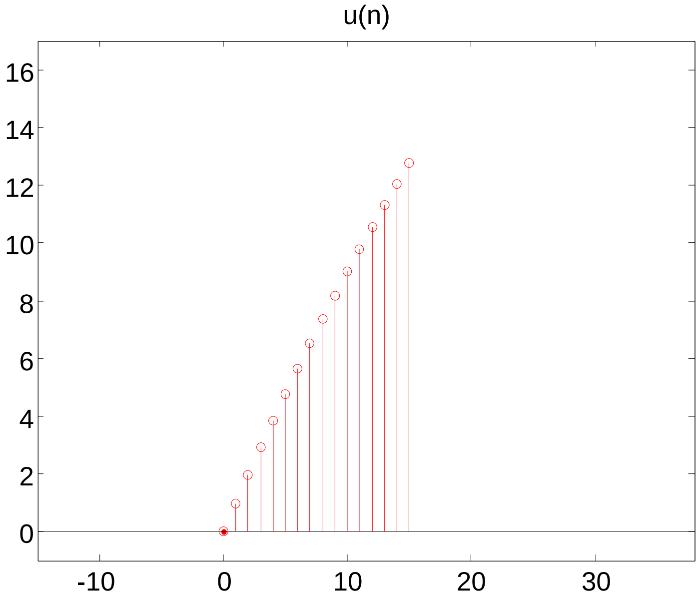
Introduction à la compression

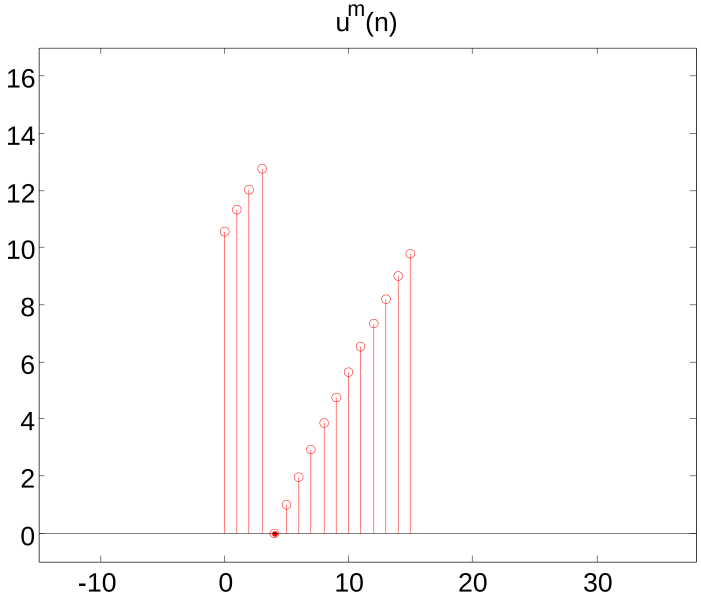
Marco Cagnazzo
cagnazzo@telecom-paristech.fr

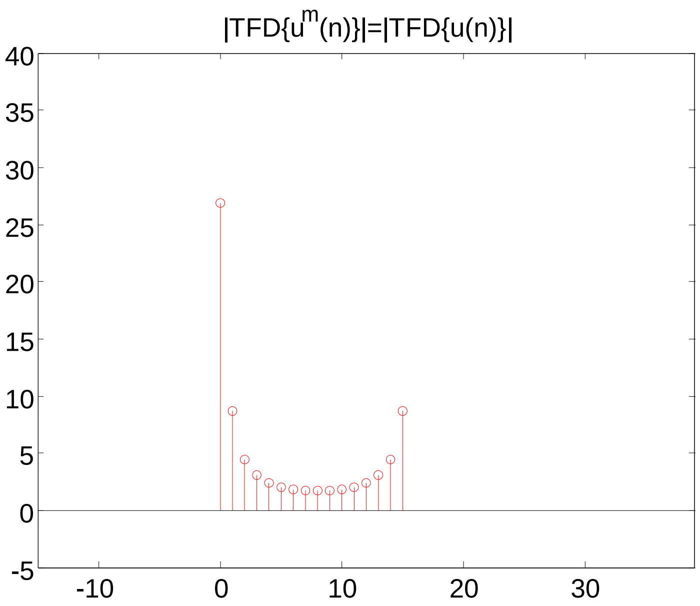
Transformée et compression

- Signaux finis : la TFD sur N points est une base pour $\mathbb{C}^N$
- Représenter les coefficients est équivalent au signal
- Pour un signal réel fini u cela double les coefficients (partie réelle et partie imaginaire)… mais symétrie
- Décroissance des coefficients : les derniers coefficients sont moins importants
- Décroissance *lente*

Exemple


u(n)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-10
0
10
20
30


u^m(n)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-10
0
10
20
30


|TFD{u^m(n)}|=|TFD{u(n)}|
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
10
20
30

La transformée cosinus discret

- Nouvelle transformée
- De $\mathbb{R}^N$ en $\mathbb{R}^N$
- Meilleure concentration de l'énergie $\Leftrightarrow$ décroissance asymptotique rapide
- Lien avec la TFD $\Rightarrow$ facile à implémenter et à interpréter

La transformée cosinus discret

Soit $u: n \in \{0,1, \ldots N-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ un signal fini réel

Pour un tel signal, on définit sa *Transformée Cosinus Discret* (TCD ou DCT avec l'acronyme anglais), le signal fini $\hat{u}^D$:

$$\forall k \in \{0,1, \ldots, N-1\},$$

$$\hat{u}_k^D = w_k \sum_{n=0}^{N-1} u_n \cos\left[2\pi\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{k}{2N}\right]$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{N}}, w_k = \sqrt{2}w_0$$

La transformée cosinus discret

Lien avec la TFD

1. Exponentielle remplacée par un cosinus
2. Echantillonnage du cosinus en $n + \frac{1}{2}$ au lieu de n
3. Fréquence réduite de la moitié : $\frac{k}{2N}$
4. Coefficients w_k pour la normalisation

La transformée cosinus discret

Étant donné le signal u de durée N,
sa TCD $\hat{u}^D$ coïncide avec la TFD d'un signal
x symétrisé et *décalé d'un démi-echantillon* :

$$\hat{u}_k^D = \left(\frac{w_k}{2} e^{-2i\pi\frac{1}{2}\cdot\frac{k}{2N}}\right)\hat{x}_k$$

Le décalage d'un démi-echantillon sert à rendre le signal symétrique et donc sa transformée réelle.

Il est traduit en fréquence, par la multiplication par un « onde de Fourier » de fréquence 1/2

La transformée cosinus discret

Si

$$x_n = \begin{cases} u_n & \forall n \in \{0,1,\dots,N-1\} \\ u_{2N-1-n} & \forall n \in \{N,\dots,2N-1\} \end{cases}$$

alors

$$\hat{u}_k^D = \left(\frac{w_k}{2} e^{-2i\pi \frac{1}{2}\cdot\frac{k}{2N}}\right)\hat{x}_k$$

Pour $k = 0$ la preuve est immédiate.

Pour $k \neq 0$ on a ce qu'il suit.

La transformée cosinus discret

$$\hat{x}_k = \sum_{n=0}^{2N-1} x_n e^{-2i\pi\frac{k}{2N}n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} u_n e^{-2i\pi\frac{k}{2N}n} + \sum_{n=N}^{2N-1} u_{2N-1-n} e^{-2i\pi\frac{k}{2N}n}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} u_n e^{-2i\pi\frac{k}{2N}n} + \sum_{m=0}^{N-1} u_m e^{-2i\pi\frac{k}{2N}(-n-1)}$$

La transformée cosinus discret

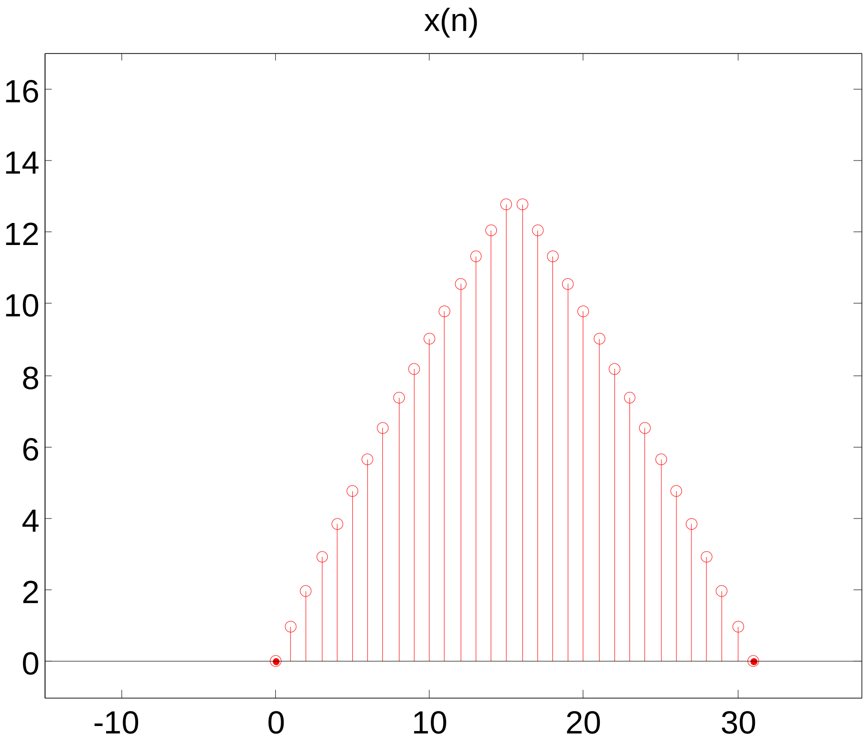
$$\hat{x}_k = \sum_{n=0}^{N-1} u_n e^{-2i\pi\frac{k}{2N}n} + \sum_{m=0}^{N-1} u_m e^{-2i\pi\frac{k}{2N}(-n-1)}$$

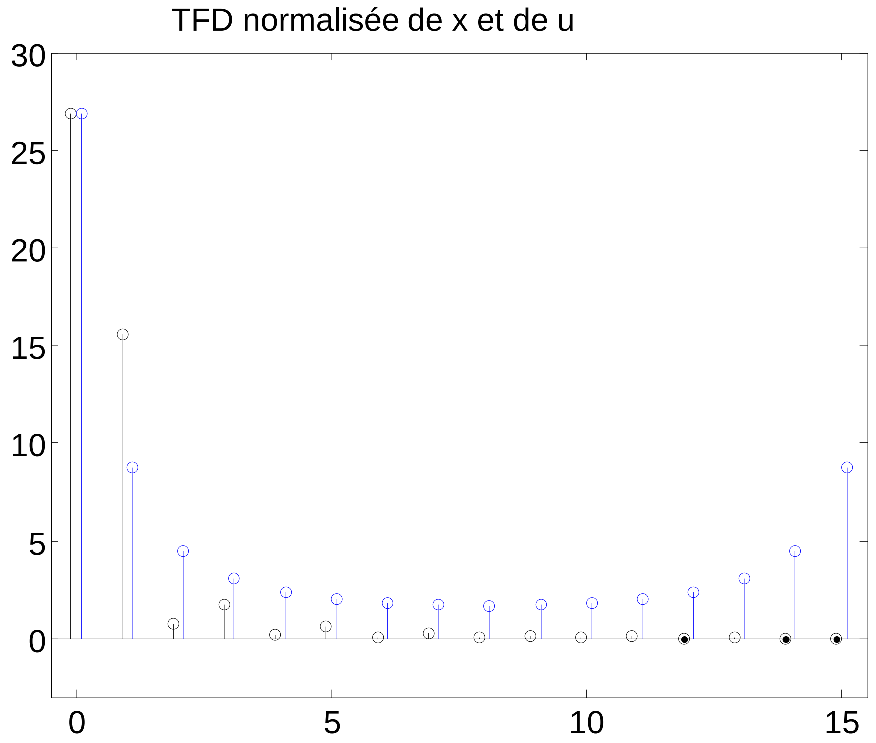
$$= \sum_{n=0}^{N-1} u_m \left[e^{-2i\pi\frac{k}{2N}n} + e^{2i\pi\frac{k}{2N}(n+1)}\right]$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} u_m e^{i\pi\frac{k}{2N}} \left[e^{-2i\pi\frac{k}{2N}\left(n+\frac{1}{2}\right)} + e^{2i\pi\frac{k}{2N}\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right]$$

$$= 2e^{i\pi\frac{k}{2N}} \frac{1}{w_n} \hat{u}_k^D \Leftrightarrow \hat{u}_k^D = \left(\frac{w_n}{2} e^{-i\pi\frac{k}{2N}}\right) \hat{x}_k$$

Exemple


x(n)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-10
0
10
20
30


TFD normalisée de x et de u
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15

La transformée cosinus discret

- Les coefficients w_n assurent l'isométrie de la transformée TCD :

$$\sum_n |u_n|^2 = \sum_k \left|u_k^D\right|^2$$

Bases TCD

Si on considère les vecteurs
$\boldsymbol{c}_k = [c_k(1) \dots c_k(N)]^T$ avec

$$c_k(n) = w_k \cos\left[2\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{k}{2N}\right]$$

alors il est évident que les coefficients de la transformée de u sont le produit ligne-colonne de u et $\boldsymbol{c}_k$: $\hat{u}(k) = \boldsymbol{c}_k^T u$

On peut aussi écrire $\hat{u}^D = Cu$ où C est la matrice dont les lignes sont les $\boldsymbol{c}_k^T$

Base locale TCD

Un signal de taille mN peut être décomposé en m signaux de taille N

Sur chacun on peut effectuer une TCD *locale* de taille N

On dit qu'on a fait une analyse par base locale TCD du signal

On sait que cela est équivalent à utiliser une base opportune de $\mathbb{R}^{mN}$ (voir TD 4)

TCD 2D

Une base TCD en 2D se construit en utilisant le produit tensoriel comme montré en TD4 :

$$\boldsymbol{g}_i^j(k, m) = \boldsymbol{c}_i(k)\boldsymbol{c}_j(m)$$

Pour calculer la décomposition d’une image sur cette base, il suffit d’appliquer la TCD 1-D sur les lignes, et en suite sur les colonnes du résultat

Si $U \in \mathbb{R}^{N \times N}$ est une image, on peut calculer sa TCD-2D comme $\widehat{U} = CUC^T$

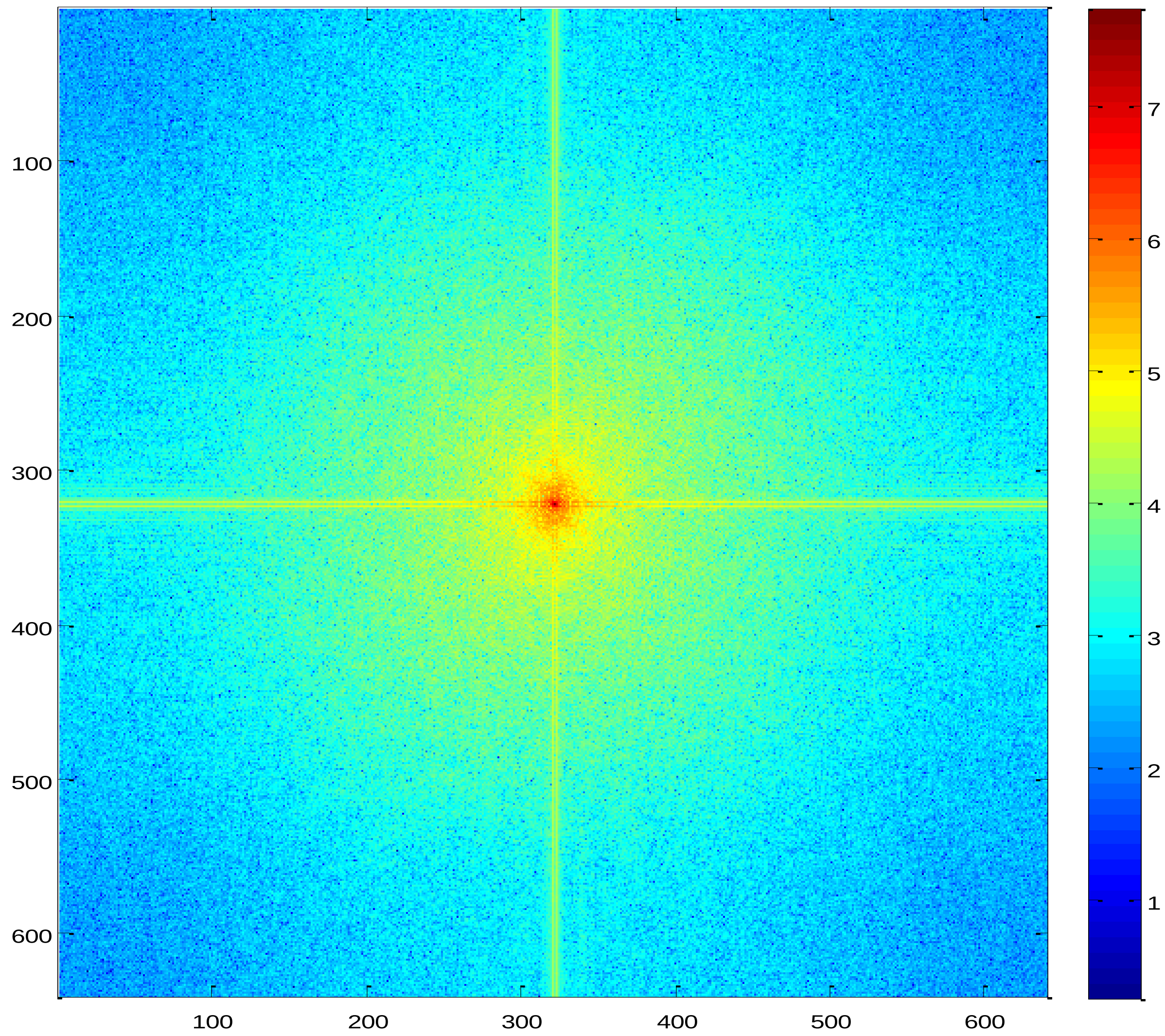
Base locale TCD-2D

- Pour une image de taille $mN \times mN$ on peut utiliser la TCD 1-D de taille N (base locale)

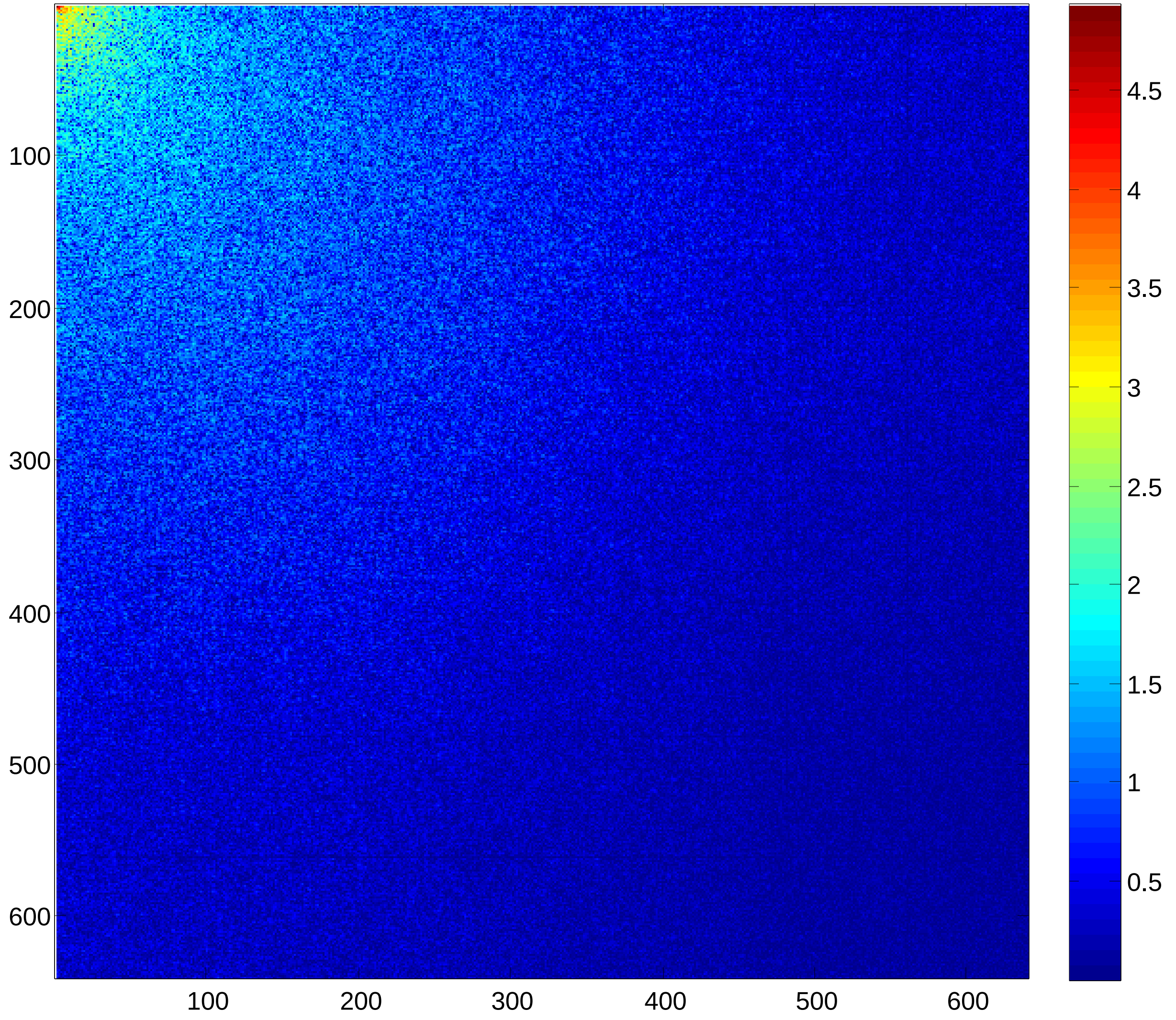
1. On décompose l'image en blocs $N \times N$
2. Sur chaque bloc on utilise la TCD 1-D de taille N sur les lignes et en suite sur les colonnes

Exemple

TFD-2D

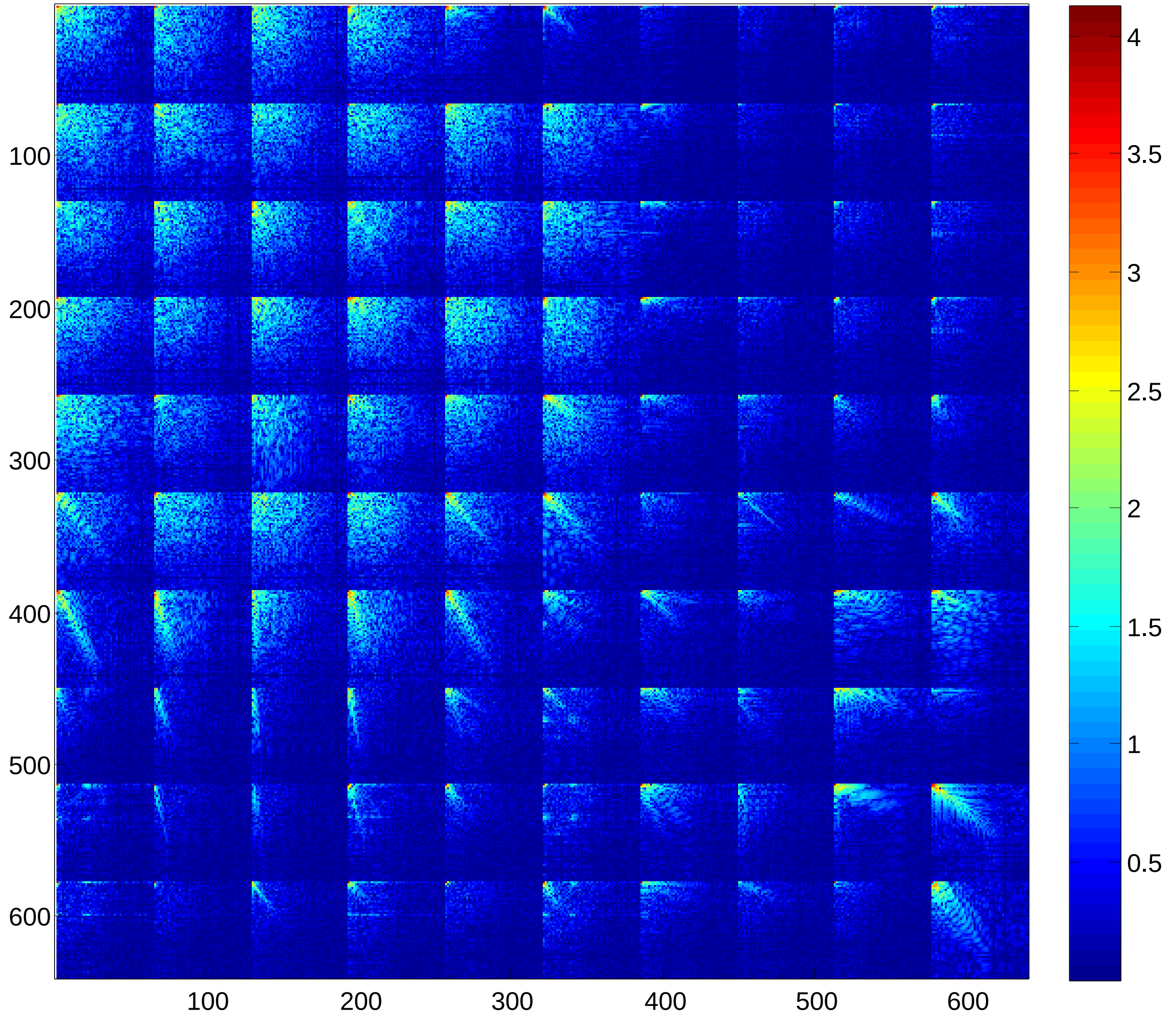


TCD-2D



100
200
300
400
500
600
100
200
300
400
500
600
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5

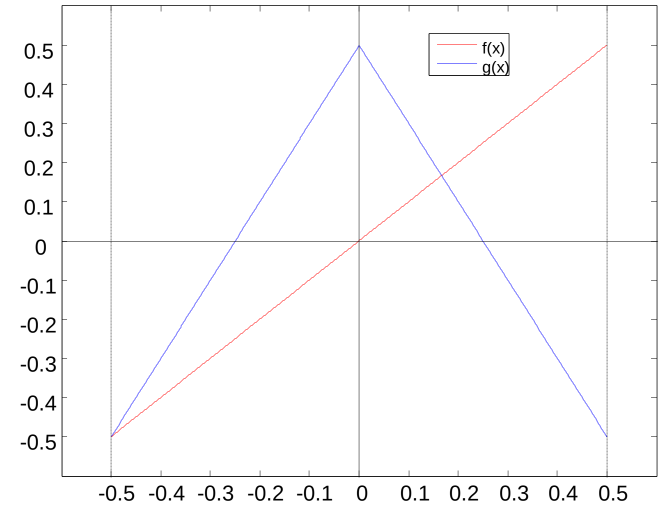
TCD-2D locale



Décroissance asymptotique

- Décroissance asymptotique plus rapide : TFD d'un signal plus régulier
  - La symétrisation élimine la discontinuité au bord
- Elément de réflexion :
  - Série de Fourier de $f : x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \to x$ et de

$$g : x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \to \frac{1}{2} - 2|x|$$



Décroissance asymptotique

$$\int xe^{cx}dx = \frac{e^{cx}}{c^2}(cx-1)$$

$$c_n = \int_{-1/2}^{1/2} xe^{2i\pi nx}dx \; = \frac{i(-1)^n}{2\pi n}$$

$$d_n = 2\int_0^{1/2}\left(\frac{1}{2}-2x\right)e^{2i\pi nx}dx = \begin{cases} 0 \text{ si } n \text{ pair} \\ \dfrac{2}{\pi^2 n^2} \text{ si } n \text{ impair} \end{cases}$$

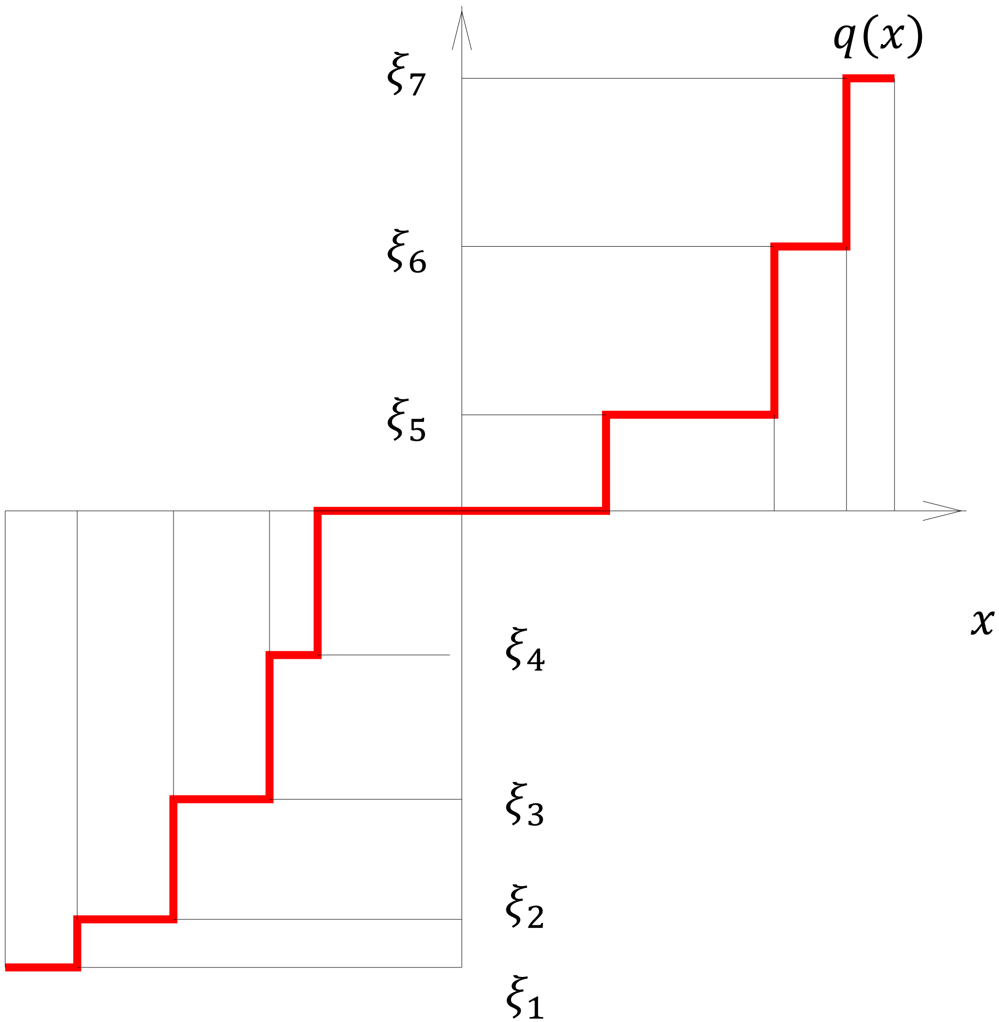
La quantification

- Définition
- Soit $\mathcal{X} = (a, b)$ un intervalle réel et N un entier $(N \geq 2)$
- Soit $\mathcal{C} = \{\xi_i\}_{i=1,\ldots,N}$ un ensemble ordonné de N réel distincts
- Un quantificateur est une application :

$$q: x \in \mathcal{X} \to q(x) = \hat{x} \in \mathcal{C}$$

- Un quantificateur transforme un réel en un élément d'un ensemble discret

La quantification



Terminologie

$\mathcal{C}$ est appelé le dictionnaire

ξ_i est l'i-ème niveau (niveau de représentation)

N est le nombre de niveaux

$C_i = \{x \in \mathcal{X}: q(x) = \xi_i\}$ est l'i-ème cellule de quantification

Les cellules forment une partition de $\mathcal{X}$

Quantificateur régulier : $\forall i\ C_i = (t_i, t_{i+1})$ et $\xi_i \in C_i$

Terminologie

- Débit du quantificateur B : nombre de bit nécessaire pour représenter un niveau
- Pour simplicité, on considérera uniquement le cas $N = 2^B$: B bits sont suffisants pour représenter un niveaux
- Quantificateur uniforme :
  $C_i = [t_i, t_i + \Delta], \xi_i = t_i + \frac{\Delta}{2}$ avec
  $\Delta = \frac{b-a}{N}, t_1 = a$

Mesure de distorsion

$$d[x, q(\cdot)] = |x - q(x)|^p$$

Souvent $p = 2$. Cela permet de voir la distorsion comme une distance euclidienne

A priori l'entrée est inconnue : on représente cela avec un modèle aléatoire.

Donc il est important calcule la distorsion attendue :

$$D(X) = \mathbb{E}[|X - q(X)|^2]$$

Condition du plus proche voisin

- Il est facile de vérifier que, si les niveaux sont assigné, il existe une façon optimale de choisir les cellules, selon la règle dite du plus proche voisin (*nearest neighbour):*

$$q(x) = \xi_i \Leftrightarrow \forall j \neq i, |x - \xi_i| \leq |x - \xi_j|$$

Ce qui est encore équivalent à choisir les seuils t_i comme point moyen entre deux niveaux consécutifs :

$$t_i = \frac{\xi_i + \xi_{i+1}}{2}$$

Quantificateur de Voronoï

- Quand les cellules sont définies avec la règle du PPV, on parle de cellules de Voronoï
- Un quantificateur de Voronoï a comme cellules des cellules de Voronoï
- Le quantificateur uniforme est un quantificateur de Voronoï

Quantificateur en haute résolution

- Hypothèses de haute résolution :

$$N \to \infty$$

$$\Delta_{\max} \to 0$$

$$\xi_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2}$$

$$\forall x \in C_i, f(x) \approx f(\xi_i)$$

Alors :

$$D(q) \underset{N}{\to} \frac{1}{12N^2} \int_a^b \frac{f(x)}{\zeta^2(x)} dx$$

Formule de Bennett

$N(x) = \frac{\#\text{ niveaux en }(x, x+dx)}{dx}$ densité de niveaux

$\Delta(x) = \frac{1}{N(x)}$ amplitude de la cellule de x

$\zeta(x) = \frac{N(x)}{N} = \frac{1}{N\Delta(x)}$ densité normalisée

Quantificateur optimale

- Inegalité de Hölder :

$$\text{Si } 1/a + 1/b = 1,$$

$$\int uv\, dx \leq \left[\int u^a\right]^{\frac{1}{a}} \cdot \left[\int v^b\right]^{\frac{1}{b}}$$

Avec égalité ssi

$$u^a = k\, v^b$$

Quantificateur optimale

- Si on applique l'inégalité de Hölder avec

$$u(x) = \left[\frac{f_X(x)}{\zeta(x)}\right]^{\frac{1}{3}}, \qquad v(x) = [\zeta(x)]^{\frac{2}{3}}, \qquad a = 3, \qquad b = \frac{3}{2}$$

On trouve :

$$D(q) \geq \frac{1}{12N^2}\left[\int_a^b f_X^{1/3}(x)dx\right]^3$$

Avec égalité ssi :

$$\zeta(x) = \frac{f_X^{1/3}(x)}{\int_a^b f_X^{1/3}(t)dt}$$

Quantificateur optimale

- Exemples

Pour une v.a. uniforme, le quantificateur optimale est uniforme, et

$$D^* = \frac{1}{12N^2}\left[\int_a^b \left[\frac{1}{b-a}\right]^{\frac{1}{3}} dx\right]^3 = \frac{(b-a)^2}{12N^2}$$

$$= 2^{-2B}\sigma_X^2$$

Quantificateur optimale

- Soit $U = \frac{X}{\sigma_X}$
- Si $U \sim f_U$ alors $X \sim \frac{1}{\sigma_X} f_U\left(\frac{x}{\sigma_X}\right)$

Calcul de la distorsion du q.o. de X en fonction de p_U et σ_X

$$\int [f_X(x)]^{1/3}\, dx = \frac{1}{\sigma_X^{1/3}} \int \left[f_U\left(\frac{x}{\sigma_X}\right)\right]^{1/3} dx = \sigma_X^{2/3} \int [f_U(t)]^{1/3}\, dt$$

Avec $t = \frac{x}{\sigma_x}$

Donc $D(q) = 2^{-2B} \sigma_X^2 h_X$, avec $h_X = \frac{1}{12}\left[\int f_U^{1/3}(t) dt\right]^3$ facteur de forme

V.a. uniforme : $h_X = 1$; v.a. gaussienne : $h_X = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi \approx 2.72$

Quantificateurs en bloc

- On considère la quantification conjointe d'un bloc de N échantillons d'un signal
- On dispose en total de B bits pour représenter le vecteur
- Comme repartir de la meilleure façons les bits de codage ? Problème de l'allocation ressources

Allocation optimale des ressources

- Formulation

Soit X un vecteur de n v.a. à valeurs en $\mathcal{X}^n$

Supposons que chaque X_i soit quantifiée avec son quantificateur optimale, et avec N_i niveaux de quantification, correspondants à B_i bits

Quel est le meilleur vecteur d'allocation $\boldsymbol{B} = [B_1, B_2, \dots, B_N]$ s.à $\sum_i B_i = B$?

Allocation optimale des ressources

$$\boldsymbol{B}^* = \underset{\boldsymbol{B}}{\operatorname{argmin}}\, D(\boldsymbol{B}) = \sum_{\mathrm{i}} D_i(B_i)$$

Soumis à :

$$\sum_{i=1}^{N} B_i = B$$

$$\cancel{\forall i \in \{1, \dots, N\}, B_i \geq 0}$$

$$\cancel{\forall i \in \{1, \dots, N\}, B_i \in \mathbb{N}_0}$$

Allocation optimale des ressources

$$J(\boldsymbol{B}, \lambda) = \sum_{\mathrm{i}} D_i(B_i) + \lambda \left(\sum_{i=1}^{N} B_i - B \right)$$

Avec :

$$D_i(B_i) = \sigma_i^2 h_i 2^{-2B_i}$$

En imposant $\frac{\partial J}{\partial B_i} = 0$ et $\frac{\partial J}{\partial \lambda} = 0$, on trouve

$$B_i^* = \bar{B} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_i^2 h_i}{\sigma_{\mathrm{GM}}^2 h_{\mathrm{GM}}}$$

Allocation optimale des ressources

- La distorsion correspondante est :

$$D^* = N h_{\mathrm{GM}} \sigma_{\mathrm{GM}}^2 2^{-2\bar{B}}$$

Pour v.a. gaussiennes, h_i ne varie pas

Comment peut-on réduire σ_{GM}^2?

Avec une transformée !

Compression par quantification et transformée

- Une transformée o.n. permet de modifier σ_{GM}^2
- La distorsion sur les coefficients de la transformée est égal à la distorsion dans le domaine original
- La transformée optimale est celle qui minimise la moyenne géométrique des variances : transformée de Karhunen-Loève

Compression par quantification et transformée

X vecteur de v.a. Gaussiennes centrées i.d. avec variance $\sigma_{X_i}^2 = \sigma_X^2$ et $h_i = h_{\mathcal{N}}$ pour tout i

Donc la distorsion minimale, appelée D_{PCM} est

$$D_{\mathrm{PCM}} = N h_{\mathcal{N}} \sigma_X^2 2^{-2\bar{B}}$$

Si on transforme , on a $Y = \boldsymbol{T}X$ encore un vecteur de v.a. Gaussiennes mais avec variances non identiques :

$$D_{\mathrm{T}} = N h_{\mathcal{N}} \sigma_{\mathrm{GM},Y}^2 2^{-2\bar{B}}$$

Compression par quantification et transformée

On définit le gain de codage :

$$\mathrm{CG} = \frac{D_{\mathrm{PCM}}}{D_{\mathrm{T}}} = \frac{N h_{\mathcal{N}} \sigma_X^2 2^{-2\bar{B}}}{N h_{\mathcal{N}} \sigma_{\mathrm{GM},Y}^2 2^{-2\bar{B}}} = \frac{\sigma_X^2}{\sigma_{\mathrm{GM},Y}^2} = \frac{\sigma_{\mathrm{AM},Y}^2}{\sigma_{\mathrm{GM},Y}^2}$$

Donc une transformée doit minimiser la moyenne géométrique des variances

Par contre toute transformée o.n. ne modifie pas la moyenne arithmétique des variances

Transformée optimale

- Soit X un vecteur de v.a. gaussiennes centrées avec matrice de covariance Σ
- Soit M une transformée orthogonale
- Soit $Y = MX$ encore un vecteur de v.a. gaussiennes
- Quel est M qui minimise $\sigma^2_{\mathrm{GM},Y}$?

Transformée optimale

Si les composantes de X sont linéairement indépendantes, $\mathbf{\Sigma}$ est définie positive et admet la représentation :

$$\Sigma = U\Lambda U^T$$

$U = [u_1| \dots |u_n]$ matrice des vecteurs propres o.n. et $\Lambda = \mathrm{Diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ est la matrice diagonale des valeurs propres.

La transformée de Karhunen-Loève (TKL) est définie par : $M = U^T$

Optimalité de la TKL

- La démonstration est basé sur la propriété que le déterminant de la matrice d’autocorrélation d’un vecteur Gaussien centré à variances unitaires est toujours inférieur ou égal à un
- On peut aussi montrer que :

$\forall T$ transf. o.n., si $Y = U^T X$ et $Z = TX$, alors

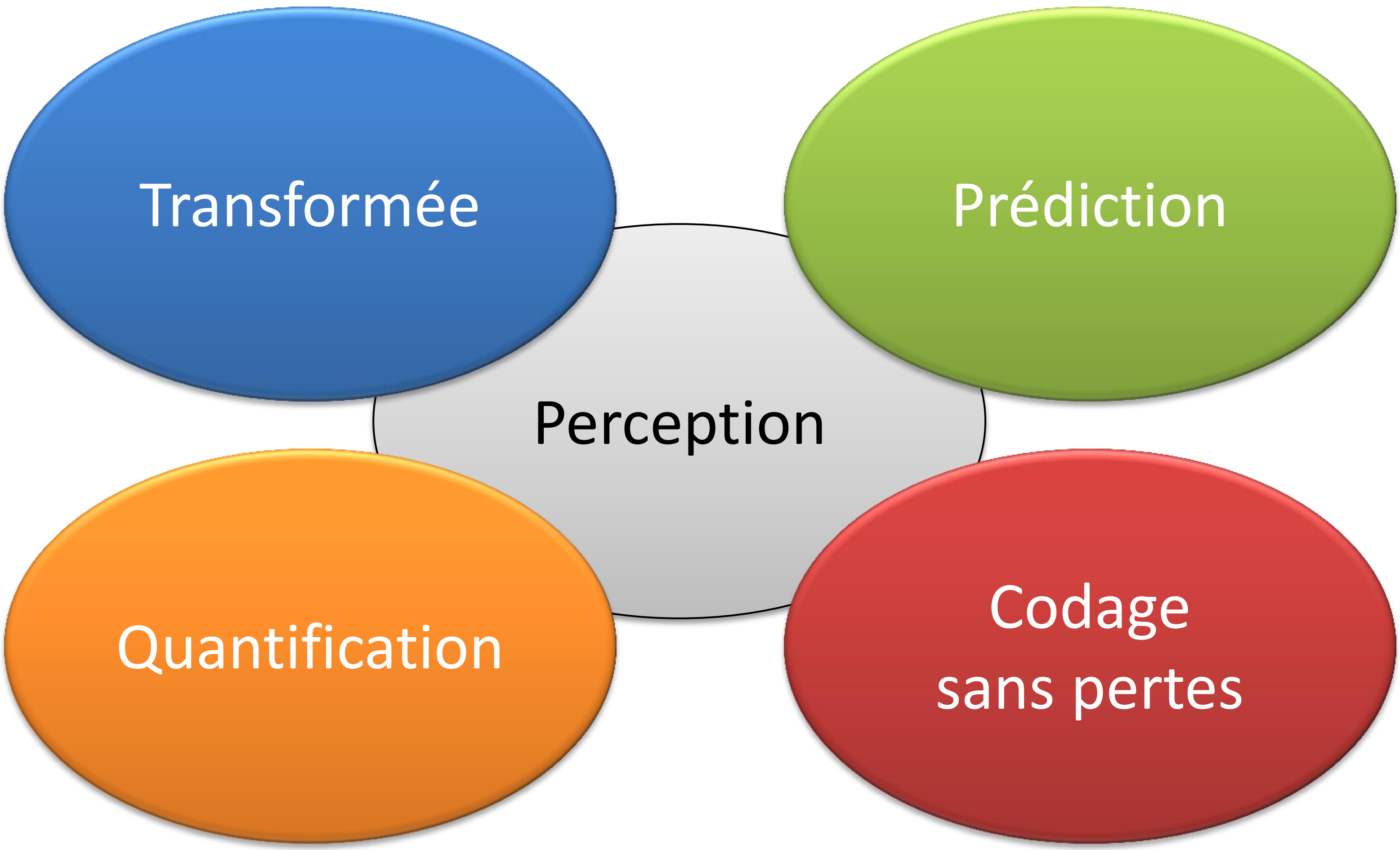
$$\sum_{i=1}^{m} \mathbb{E}[Y_i^2] \geq \sum_{i=1}^{m} \mathbb{E}[Z_i^2]$$

Compression des signaux

Principes de la compression

- Redondance des signaux
  - Statistique : intrinsèque au signal
  - Psychophysique : lié à l'utilisateur (système de vision, système d'audition)
- Compression sans et avec perte (quantification)
- Mesures de cout et qualité
  - Débit et distorsion
  - MSE : une bonne mesure de qualité ?
- Complexité, robustesse, retard

Les ingrédients de la compression



Les ingrédients de la compression

- Aujourd’hui on a le temps uniquement pour parler de transformées
  - Même pas toutes ! P.e., transformée en ondelettes, transformées entières, transformée hiérarchiques
- Les autres éléments sont également très important :
  - Prédiction spatiale (motifs, texture)
  - Prédiction temporelle (estimation du mouvement)
  - Codage sans pertes (zip, gzip, etc)
  - Qualité perçue
  - Quantification vectorielle, à zone morte …
  - Compromis complexité/efficacité/robustesse/retard
- Aspects traités dans SI222 et SI350 !

Définitions

Soit :

x un vecteur de $\mathbb{R}^N$

$\{\alpha_i\}_{i\in\{1,\dots,M\}}$ une collection de M vecteurs de $\mathbb{R}^N$

$\{n_j\}_{j\in\{0,\dots,m-1\}}$ une collection de m indices entre 1 et M

$\{a_j\}_{j\in\{0,\dots,m-1\}}$ une collection de m réels

Définitions

- On définit une approximation de x dans la collection d'atomes α_i le vecteur $\tilde{x}$:

$$\tilde{x} = \sum_{i=0}^{m-1} a_j \alpha_{n_j}$$

Le taux de compression est $\tau_c = \frac{m}{N}$

L'erreur relative de compression : $\mathrm{err_c} = \frac{\|x-\tilde{x}\|}{\|x\|}$

Problèmes

- Trouver une bonne famille α pour coder les signaux naturels
- Étant donnée la famille α trouver les coefficients a_j
  - Cela implique le choix des indices j, donc des atomes à utiliser pour représenter le signal

Exemple (simple)

$$x = (1, -1, 1, -1)$$

α base canonique de $\mathbb{R}^4$

On utilise seulement deux vecteurs de la base canonique, le premier et le dernier: donc $m = 2, n_0 = 1, n_1 = 4$

On code le signal avec coefficients $a_0 = 1/3$ et $a_1 = -1$

Exemple, suite

Résultat : $\tilde{x} = (1/3, 0, 0, -1)$

Erreur quadratique : $\frac{\frac{4}{9}+1+1+0}{4} = 0.6\overline{1}$

Amélioration : avec des meilleurs coefficients
$a_0 = 1$

$$\tilde{x} = (1,0,0,-1)$$

Erreur quadratique : $\frac{0+1+1+0}{4} = 0.5$

Pour cette famille et avec $m = 2$ on peut pas faire mieux

Exemple, suite

Nouvelle famille : α sont les vecteurs de la TFD d'ordre 4

$$\alpha_k \; = \; (1\,, e^{2i\pi\frac{k}{4}}, e^{4i\pi\frac{k}{4}}, e^{6i\pi\frac{k}{4}})$$

Il suffit de prendre : $m = 1, n_0 = 2$ pour que

$$\tilde{x} \; = \; (1, -1, 1, -1) \; = x$$

Donc erreur = 0

Conclusion : importance du choix des coefficients, mais aussi importance du choix de la famille

Choix de la base

- Problème très proche de ce qu'on a vu en TD 4
- Nous avons n vecteurs V_i de $\mathbb{R}^N$
- Nous voulons les approximer en utilisant une famille $\{v_j\}$
- On fixe m, le nombre d'éléments de la famille à utiliser
- On doit minimiser la distance des V_i de leur représentation sur la famille
- En TD on a vu le cas m=1

Choix de la base

Formalisation du problème

Trouver les coefficients β_j^i et les vecteurs v_j qui minimisent

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left\| V_i - \sum_{j=1}^{m} \beta_j^i \, v_j \right\|^2$$

Quand les v_j sont orthonormés, le meilleur choix pour les coefficients est le produit scalaire

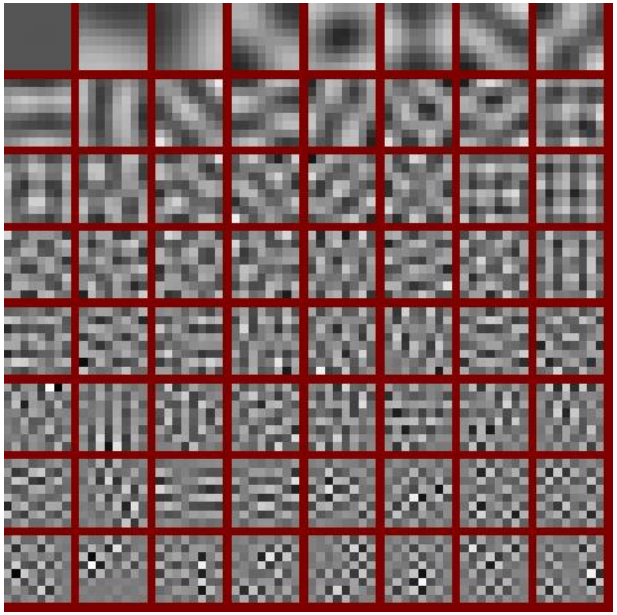
On doit donc minimiser

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left\| V_i - \sum_{j=1}^{m} \langle V_i \, | v_j \rangle \; v_j \right\|^2$$

Problème très proche à celui du TD

Choix de la base

- On procède comme dans le TD et on trouve que la meilleure base est celle des vecteurs propres o.n. de la matrice $A = \sum_i V_i V_i^T$



Compression linéaire

- On choisit une base o.n. α_n ordonnée
- Pour un taux $\tau = \frac{m}{N}$ on approxime le signal avec :

$$\tilde{x} = \sum_{i=1}^{m} \langle x | \alpha_i \rangle \alpha_i$$

On parle de compression linéaire car, une fois fixé τ, $\tilde{x}$ dépend linéairement de x

L'ordre des vecteurs est déterminé par une étude statistique des signaux

Compression non-linéaire

- Au lieu de prendre toujours les mêmes atomes de la famille α on prend ceux qui ont le maximum produit scalaire avec x
- On parle aussi de compression adaptative
- Aucune compression de taille m peut avoir une plus petite erreur de la compression adaptative

Localisation et plan T/F

- Base locale : compromis entre localisation spatiale et en fréquence
- Le plus petit est le support (p.e. petits blocs dans la DCT-2D), la meilleure est la résolution spatiale, mais on perd en résolution en fréquence
- Pour les images il faudrait une bonne résolution en fréquence aux basses fréquences (caractérisation des motifs, patterns) et une bonne résolution spatiale aux hautes (position des contours)
  - Transformée en ondelettes

Matching Pursuit

- Permet de trouver les coefficients quand la famille α n'est pas une base
- Algorithme itératif

Normes de compression

- JPEG
  - DCT 8x8, quantification uniforme mais avec pas différent pour chaque coefficient, zig-zag scan, codage run-length et codage de Huffman
- JPEG2000
  - Transformée en ondelettes, allocation des ressources entre blocs de coefficients, codage sans pertes avancé
- MP3
  - Analyse du signal audio, quantification des coefficients DCT avec modèle psycho-acoustique

Ce qu'il manque…

- Quantification vectorielle
- Compression sans pertes
- Prédiction spatiale et temporelle
- Compression perceptuelle
- Les ondelettes
- Les normes
- La vidéo et l'estimation du mouvement
- La vidéo 3D et l'estimation de disparité …

Ça continue en SI222 et SI350 !