



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Compression d'images

Frédéric Dufaux

Département Traitement du Signal et des Images
TELECOM ParisTech

26 janvier 2011



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- 1 Généralités sur la compression d'images
- 2 Quantification
- 3 Méthodes prédictives
- 4 Codage par Transformée
- 5 JPEG



Compression

F. Dufaux

Généralités

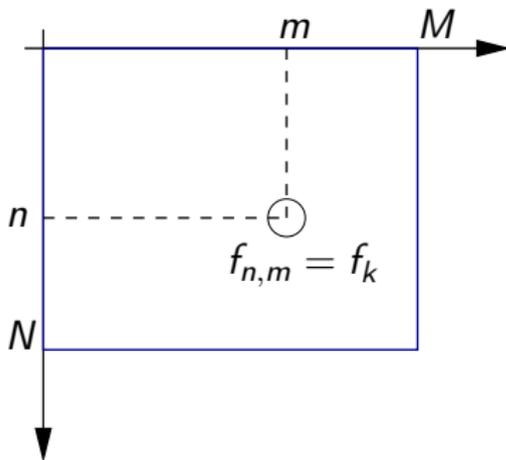
Quantif.

Méthodes
prédicatives

JPEG

- 1 Généralités sur la compression d'images
- 2 Quantification
- 3 Méthodes prédictives
- 4 Codage par Transformée
- 5 JPEG

- Grille discrete, image $N \times M$ pixels
- A chaque pixel (m, n) , on associe un ordre de traitement k
- Généralement, balayage ligne par ligne unilatéral :
 $k = (n - 1)M + m$
- On notera indifféremment $f_{n,m}$ ou f_k





Représentation des images numériques

Images couleurs : Format RVB

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Images en couleurs : trois composantes, chacune représentée comme une image en niveaux de gris.





Représentation des images numériques

Espaces de couleurs

Compression

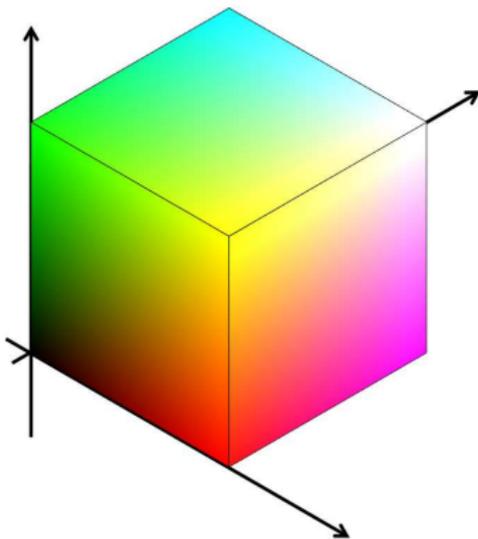
F. Dufaux

Généralités

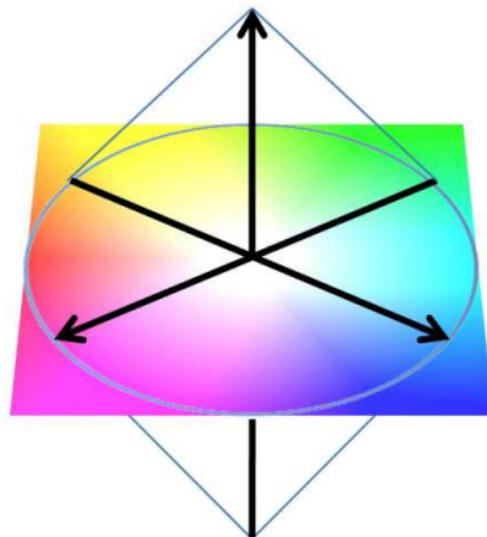
Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG



Espace RGB



Espace HSV

Images en couleurs : une composante de luminance et deux de chrominance (sous-échantillonnées).



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- Images à 10 Megapixel
- Trois composantes couleur
- Un octet par composant
- Occupation mémoire : 30 Mo par photo
- Publication sur le Web ?

- système analogique
⇒ bande de fréquence : 6 MHz
- système numérique
1 composante de luminance 576×720
2 composantes de chrominance 288×360
quantification sur 8 bits
25 images par seconde
 $R \approx 125$ Mbps
⇒ bande de fréquence ?
- 2 heures de film > 100 Go

POURQUOI EST-IL POSSIBLE DE COMPRIMER ?

- Redondance statistique des données
 - homogénéité des images
 - similitude entre images successives
- Redondance psychovisuelle
 - sensibilité aux baisses fréquences
 - effets de masquage
 - autres limites du système visuel humain
- Un algorithme de compression (ou codage) doit exploiter au maximum la redondance des données

- Algorithmes sans perte (*lossless*)
 - Reconstruction parfaite
 - Basés sur la redondance statistique
 - Faible rapport de compression
- Algorithmes avec perte (*lossy*)
 - Image reconstruite \neq image originale
 - Basés sur la quantification
 - Redondance psychovisuelle : “visually lossless”
 - Rapport de compression élevé

Rapport (taux) de compression

- $T = \frac{B_{in}}{B_{out}} = \frac{R_{in}}{R_{out}}$

Débit de codage

- Image : $R = \frac{B_{out}}{NM}$ [bpp]
- Video, son : $R = \frac{B_{out}}{T}$ [bps]

Codage d'image sans perte : $T \leq 3$

Codage d'image avec perte : $T \approx 5 \rightarrow ?$

Codage vidéo avec perte : $T \approx 20 \rightarrow ?$

Le seul débit n'est pas suffisant pour évaluer un algorithme avec pertes

Il faut déterminer la qualité ou la distorsion de l'image reconstruite

- Les **Critères objectifs** sont fonctions mathématiques de
 - $f_{n,m}$: image d'origine ; et
 - $\tilde{f}_{n,m}$: image reconstruite après compression
- Critères objectifs non perceptuels
 - Erreur quadratique moyenne (MSE) :
$$\mathcal{D} = \frac{1}{NM} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (f_{n,m} - \tilde{f}_{n,m})^2$$
 - Rapport signal sur bruit crête : $\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{\mathcal{D}} \right)$
- Critères objectifs perceptuels
 - On utilise des modèles du SVH pour prendre en compte la sensibilité aux fréquences, les masquages, ...

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Exemple

Image Originale, 24 bpp



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

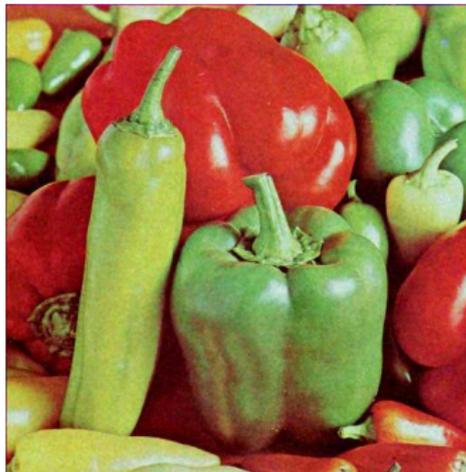
JPEG

Bruit blanc $\sigma = 4$

Image Originale, 24 bpp



Erreur dispersée, MSE = 16.00



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Bruit concentré sur 100×100 pixels

Image Originale, 24 bpp



Erreur concentrée, MSE = 16.00



Compression

F. Dufaux

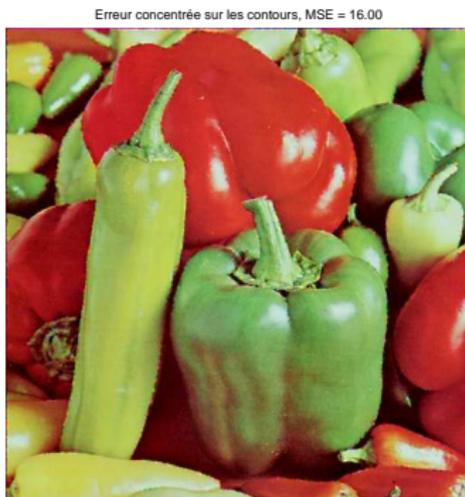
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Bruit concentré sur les contours (estimation par filtre de Sobel)



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

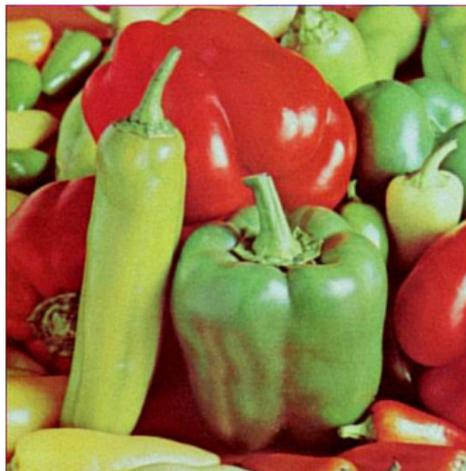
JPEG

Bruit sur les hautes fréquences spatiales

Image Originale, 24 bpp



Erreur en fréquence, MSE = 16.00



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Sous-échantillonnage dans l'espace des couleurs

Image Originale, 24 bpp



Sous-échantillonnage en couleur, MSE = 21.27



- Les **Critères subjectifs** sont basés sur l'évaluation de la qualité des image faite par des humaines
 - Difficulté de créer un bon modèle du SVH
 - Analyse statistique des résultats
 - Évaluations longues, difficiles et coûteuses
- En conclusion, souvent on se limite à utiliser les critères objectifs non perceptuels :
 - Simplicité
 - Interprétation géométrique (norme euclidienne)
 - Optimisation analytique
 - Relation avec la qualité perçue ?



- La complexité d'un algorithme de codage peut être limitée par :
 - contraintes liées à l'application (temps réel)
 - limites du matériel (hardware)
 - coût économique
- Le retard est normalement mesuré au codeur
 - Lié à la complexité
 - Influencé par l'ordre de codage
- Robustesse: sensibilité de l'algorithme de compression/reconstruction à des petites altérations du code comprimé (erreurs de transmission)

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Besoins contradictoire :

↑	Qualité	↓	Débit
↑	Robustesse	↓	Complexité
		↓	Retard



Outils fondamentaux pour la compression

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- Codage entropique
- Quantification
- Transformée
- Prédiction



Compression

F. Dufaux

Généralités

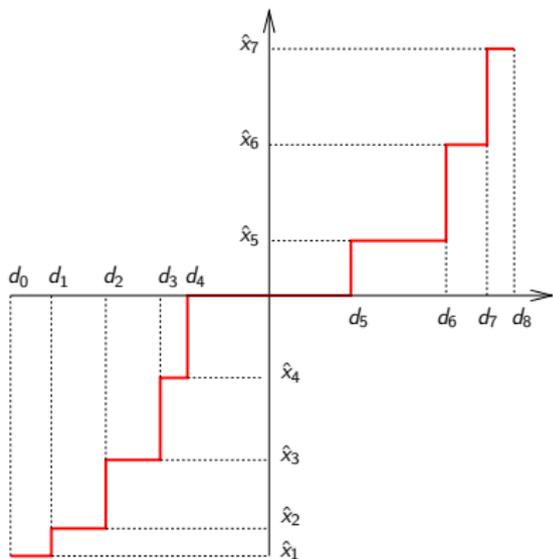
Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- 1 Généralités sur la compression d'images
- 2 Quantification**
- 3 Méthodes prédictives
- 4 Codage par Transformée
- 5 JPEG

$$Q : x \in \mathbb{R} \rightarrow y \in \mathcal{C} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_L\}$$



$$Q : x \in \mathbb{R} \rightarrow y \in \mathcal{C} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_L\}$$

\mathcal{C} : Dictionnaire

$R = \log_2 L$: Débit

$E = X - Q(X)$: Bruit de quantification

$D = \mathbb{E} [(X - Q(X))^2] = \mathbb{E} [E^2]$: Distortion

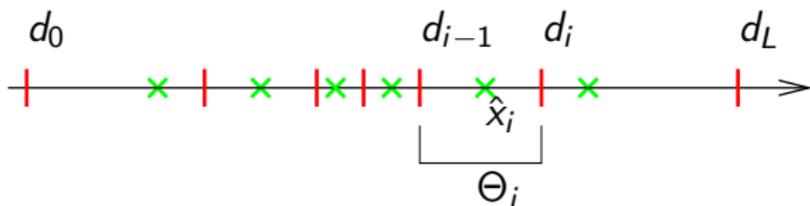
$\Theta_i = \{x : Q(x) = \hat{x}_i\}$: Régions.

Evaluation d'un quantificateur : courbe $D(R)$

Typiquement,

$$1) \Theta_i = (d_{i-1}, d_i)$$

$$2) \hat{x}_i \in \Theta_i$$



- $d_i = d_{i-1} + \Delta$
- $\hat{x}_i = \frac{d_i + d_{i-1}}{2}$
- Simple
- Minimize l'erreur maximale
- Optimale pour v.a. uniforme

Courbe $D(R)$ pour une v.a. uniforme :

$$D = \sigma_X^2 2^{-2R}$$

Courbe $D(R)$ pour une v.a. non uniforme en *haute résolution* :

$$D = K_X \sigma_X^2 2^{-2R}$$

Pour une densité de probabilité $f_X(x)$ donnée, déterminer le quantificateur qui minimize la distorsion pour un débit donné. Problème équivalent à déterminer les seuils d_i et les niveaux \hat{x}_i .

Solutions :

- Solution analytique en *haute résolution*: $D = h_X \sigma_X^2 2^{-2R}$
- Si l'hypothèse de haute résolution est fausse, on peut atteindre un minimum local de la distorsion avec l'algorithme de Max-Lloyd

Algorithme de Max-Lloyd

- 1 initialiser les régions (p.e. uniforme)
- 2 trouver les *meilleures* régions pour le dictionnaire donné

$$d_i = \frac{\hat{x}_i + \hat{x}_{i+1}}{2}, \quad i \in \{1, \dots, L-1\}$$

- 3 trouver le *meilleur* dictionnaire pour les régions données

$$\hat{x}_i = \mathbb{E}[X|X \in \Theta_i] = \frac{\int_{\Theta_i} x f_X(x) dx}{\int_{\Theta_i} f_X(x) dx}$$

- 4 boucler en 2 jusqu'à la convergence

2 possibilités pour coder les niveaux de quantification

- codes de longueur fixe

b bits par niveau avec $\log_2(L) \leq b < \log_2(L) + 1$

- codes de longueur variable

b_i bits pour coder \hat{x}_i

entropie : $H(x) = -\sum_{i=1}^L p_i \log_2(p_i)$ avec $p_i = P(x = \hat{x}_i)$

longueur moyenne : $b = \sum_{i=1}^L b_i p_i \geq H(x)$

code d'Huffman : $b < H(x) + 1$

\Rightarrow plus performant



Quantification uniforme

Exemple de quantification

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Image Originale, 24 bpp





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 21 bpp PSNR 47.19 dB TC 1.143





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

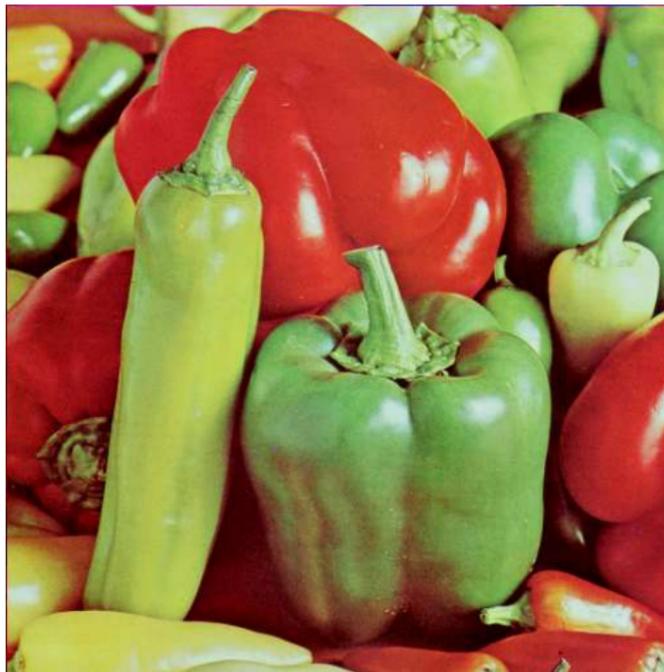
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 18 bpp PSNR 42.38 dB TC 1.333





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

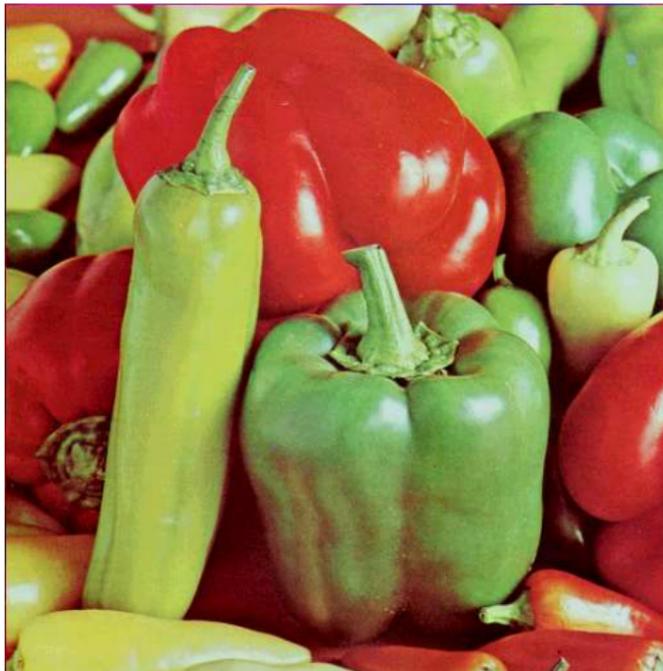
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 15 bpp PSNR 36.97 dB TC 1.600





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

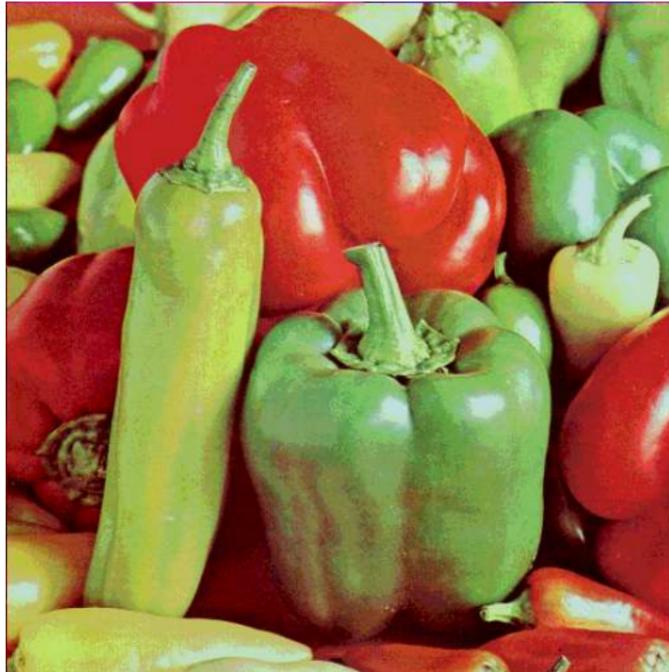
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 12 bpp PSNR 31.40 dB TC 2.000





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 9 bpp PSNR 29.26 dB TC 2.667





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 6 bpp PSNR 27.83 dB TC 4.000





Quantification uniforme

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 3 bpp PSNR 25.75 dB TC 8.000



- Quantification : au centre de la compression avec perte
- Operation non reversible
- Centrale dans le compromis débit-distorsion
- Approximations à haute résolution:
 - $D \sim 2^{-2R}$
 - $D \sim \sigma^2$
- La seule quantification est insuffisante à assurer des bonnes performances de compression



Plan

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

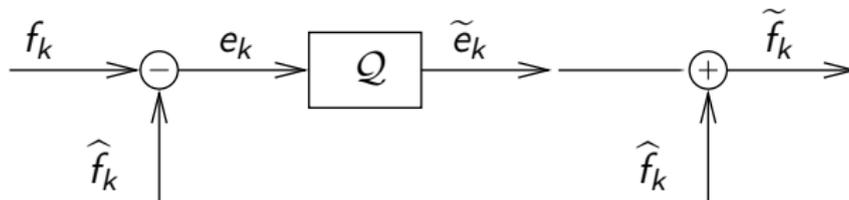
Méthodes
prédictives

JPEG

- 1 Généralités sur la compression d'images
- 2 Quantification
- 3 Méthodes prédictives**
- 4 Codage par Transformée
- 5 JPEG

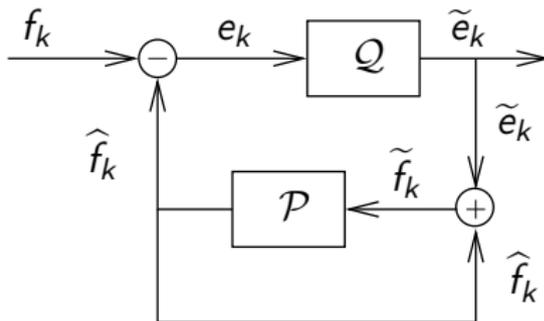
- La seule quantification est peu efficace pour la compression
- Modèle sous-jacent trop simple : pixels indépendants et d'égales importances
- Idée : exploiter la corrélation entre pixel par une *prédiction*
- Réduction de la variance

- Le pixel f_k depend de ses voisins
- Si on connaît les voisins de f_k , on les utilise pour le prédire
- Si on fait un bonne prédiction, $\hat{f}_k \approx f_k$

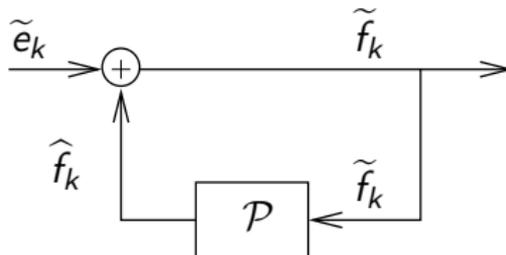


- Comment on fait la prédiction ?
- Qu'est-ce qu'on gagne ?

Encodeur :



Décodeur :



Erreur sur la prédiction = erreur sur le signal :

$$\epsilon_k = \tilde{e}_k - e_k = \tilde{e}_k + \hat{f}_k - (e_k + \hat{f}_k) = \tilde{f}_k - f_k$$

Gain de codage :

$$\text{SNR}_p = 10 \log_{10} \frac{\sigma_f^2}{\tilde{\epsilon}^2} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_f^2}{\sigma_e^2} + 10 \log_{10} \frac{\sigma_e^2}{\tilde{\epsilon}^2} = G_P + G_Q$$

La prédiction doit produire un signal d'erreur dont la variance est inférieure à la variance du signal d'origine

\hat{f}_k est obtenu à partir des pixels "précédents" et doit pouvoir être synthétisé au décodeur

$$\Rightarrow \hat{f}_k = \mathcal{P}(\{\tilde{f}_\ell\}_{\ell \leq k-1})$$

On s'intéressera aux prédicteurs linéaires : simples et optimaux dans le cas Gaussien

Souvent $\mathcal{P}(\{\tilde{f}_\ell\}_{\ell \leq k-1}) = \tilde{f}_{k-1}$

Généralement, \mathcal{P} : filtre RIF 2D

$$\hat{f}_{n,m} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{S}} h_{i,j} \tilde{f}_{n-i,m-j}$$

\mathcal{S} : support causal demi-plan asymétrique
typiquement, $\mathcal{S} = \{(0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$

Représentation équivalente :

$$\hat{f}_k = \mathbf{h}^T \mathbf{f}^{(k)} \quad \mathbf{f}^{(k)} = \{\tilde{f}_{n-i,m-j} : (i,j) \in \mathcal{S}\}$$

		h_2	h_3	
	h_1	f_k		

Problème :

Trouver le vecteur (filtre linéaire) \mathbf{h} qui minimize :

$$\sigma_e^2 = \mathbb{E} \left[(f_k - \mathbf{h}^T \mathbf{f}^{(k)})^2 \right]$$

en faisant l'hypothèse que $\tilde{f}_{n,m} \simeq f_{n,m}$

Méthode simple de mise en œuvre mais performances limitées en codage d'images

- introduit une causalité non naturelle en 2D
- code les pixels séparément

Très efficace pour exploiter la redondance spatiale de la vidéo



Plan

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

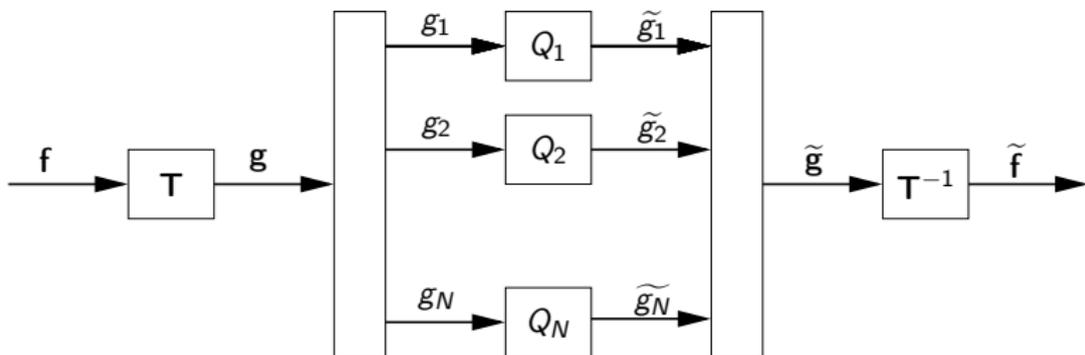
JPEG

- 1 Généralités sur la compression d'images
- 2 Quantification
- 3 Méthodes prédictives
- 4 Codage par Transformée**
- 5 JPEG



- Transformation linéaire : changement de base
- Représentation alternative de l'image
 - Mise en évidence des caractéristiques
 - Séparation des données entre importants et pas importants
 - Déterminer les informations importantes pour le SVH
- Réduire la corrélation
- Allocation des ressources

Paradigme du codage par transformée



On passe du vecteur f à $g = Tf$: on veut un vecteur plus “facile” à quantifier : peu de coefficients “importants”, beaucoup de coefficients “insignifiants”

$$\mathbf{T} \text{ unitaire} \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{T}^H$$

avantages :

- 1 inversion immédiate
- 2 conservation de la norme : $\|\mathbf{g}\| = \|\mathbf{f}\|$

\Rightarrow Distorsion sur \mathbf{g} = distorsion sur \mathbf{f} :

$$\begin{aligned} E[\|\mathbf{g} - \hat{\mathbf{g}}\|^2] &= E[(\mathbf{g} - \hat{\mathbf{g}})^H (\mathbf{g} - \hat{\mathbf{g}})] = E[(\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}})^H \mathbf{T}^H \mathbf{T} (\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}})] \\ &= E[\|\mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}}\|^2] \end{aligned}$$

Propriété fondamentale pour décider l'allocation des ressources dans le domaine transformé



Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- Forme vectorielle

vecteurs lignes : $\mathbf{f}_n = [f_{n,1}, \dots, f_{n,M}]^T \in \mathbb{R}^M$

vecteur image : $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_1^T, \dots, \mathbf{f}_N^T]^T \in \mathbb{R}^{N \times M}$

$$\mathbf{g} = \mathbf{T}\mathbf{f}$$

$\mathbf{T} \in \mathbb{C}(NM, NM)$: matrice de transformation

- Forme scalaire

$(f_{n,m})_{1 \leq n \leq N, 1 \leq m \leq M}$: image d'origine

$(g_{k,\ell})_{1 \leq k \leq N, 1 \leq \ell \leq M}$: image transformée

$$\mathbf{g} = \mathbf{T}\mathbf{f} \quad \Rightarrow \quad g_{k,\ell} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M t(k, \ell, n, m) f_{n,m}$$

$t(k, \ell, n, m)$: tenseur de transformation

- Dans l'hypothèse de transformée unitaire,

$$\mathbf{f} = \mathbf{T}^H \mathbf{g} \quad \Rightarrow \quad f_{n,m} = \sum_{k=1}^N \sum_{\ell=1}^M t'(k, \ell, n, m) g_{k,\ell}$$

$t'(k, \ell, n, m)$: tenseur de transformation inverse

- Forme matricielle (si \mathbf{T} inversible)

$$[\mathbf{f}] = \begin{bmatrix} f_{1,1} & \dots & f_{1,M} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{N,1} & \dots & f_{N,M} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{t}']_{k,l} = \begin{bmatrix} t'(1, 1, k, \ell) & \dots & t'(1, M, k, \ell) \\ \vdots & & \vdots \\ t'(N, 1, k, \ell) & \dots & t'(N, M, k, \ell) \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{f}] = \sum_{k=1}^N \sum_{\ell=1}^M g_{k,\ell} [\mathbf{t}']_{k,\ell}$$

$(g_{k,\ell})_{1 \leq k \leq N, 1 \leq \ell \leq M}$: coefficients de la décomposition de $[\mathbf{f}]$ sur la base $\{[\mathbf{t}']_{k,\ell}, 1 \leq k \leq N, 1 \leq \ell \leq M\}$



Transformations linéaires en 2D

Forme matricielle

Compression

F. Dufaux

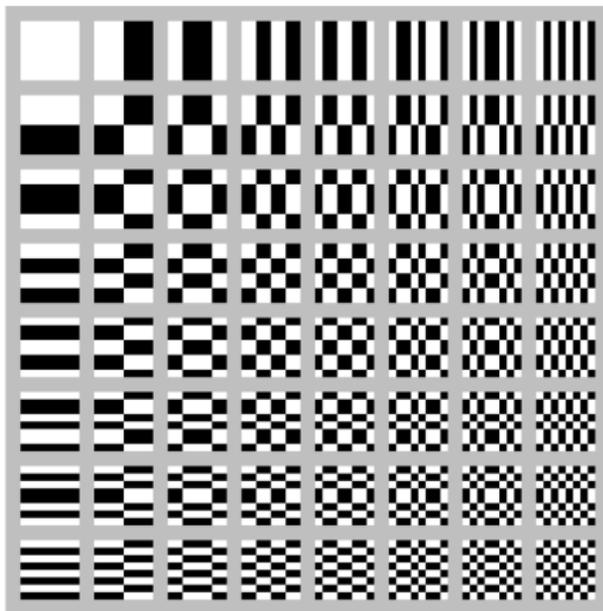
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Transformée de Hadamard 8×8





Transformations linéaires en 2D

Forme matricielle

Compression

F. Dufaux

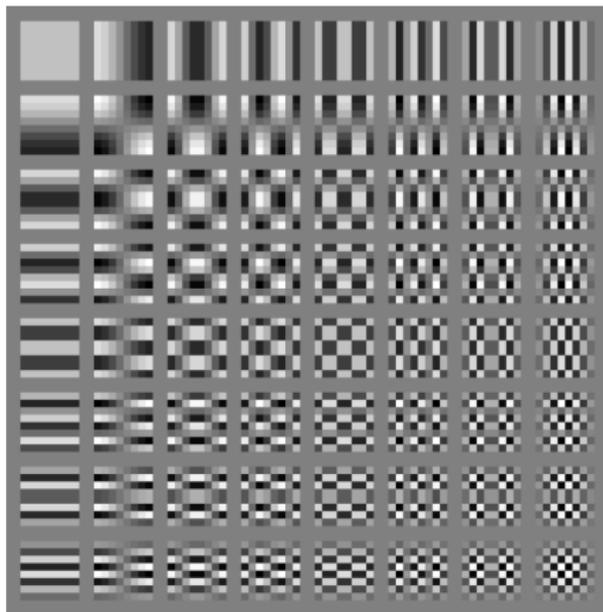
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Transformée DCT 8×8



Définition : transformation permettant de décorréler les données

$\mathbf{R}_g = \mathbb{E}\{\mathbf{g}\mathbf{g}^H\}$: matrice diagonale

On utilise la diagonalisation de la matrice de corrélation \mathbf{R}_f : si les composantes de \mathbf{f} sont linéairement indépendantes, \mathbf{R}_f est définie positive et admet la représentation :

$$\mathbf{R}_f = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T$$

où : $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \mid \mathbf{u}_2 \mid \dots \mid \mathbf{u}_N]$ matrice des vecteurs propres orthonormaux et $\mathbf{\Lambda} = \text{Diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_N)$ est la matrice diagonale des valeurs propres.

La TKL est définie par :

$$\mathbf{T} = \mathbf{U}^T$$

- Transformation unitaire

$$\mathbf{T}^H \mathbf{T} = \mathbf{I}$$

- Transformation décorrélante

$$E[g_i g_j] = \lambda_i \delta_{ij}$$

- Meilleure concentration des énergies :

$\forall \mathbf{T}$ transformée unitaire, si

$\mathbf{g} = \mathbf{U}^T \mathbf{f}$ et $\mathbf{h} = \mathbf{T} \mathbf{f}$ alors

$$\sum_{i=1}^N \bar{g}_i^2 \geq \sum_{i=1}^N \bar{h}_i^2$$

- Transformée optimale pour variables Gaussiennes

Avantages	Inconvénients
Décorrélation Concentration des énergies Optimale dans le cas gaussien	Dépendante des données Complexité élevée Difficulté de l'estimation

Images naturelles : non stationnaires

La TKL est rarement utilisée dans la compression d'image, excepté des cas particuliers

- Transformations plus simples
- Asymptotiquement équivalentes ($N, M \rightarrow \infty$)

TFD

$$t(k, \ell, n, m) = \frac{1}{\sqrt{NM}} \exp \left[-i2\pi \left(\frac{(n-1)(k-1)}{N} + \frac{(m-1)(\ell-1)}{M} \right) \right]$$

TCD

$$t(k, \ell, n, m) = \frac{c_k c_\ell}{\sqrt{NM}} \cos \left(\pi \frac{(2n-1)(k-1)}{2N} \right) \cos \left(\pi \frac{(2m-1)(\ell-1)}{2M} \right)$$
$$c_k = \begin{cases} 1 & \text{si } k = 1 \\ \sqrt{2} & \text{sinon} \end{cases}$$

TCD et TFD

- caractéristiques communes
 - séparables : $t(k, \ell, n, m) = t_1(k, n) t_2(\ell, m)$
 - algorithmes de calcul rapides
 - interprétations fréquentielles
 - k : indice de fréquence verticale
 - ℓ : indice de fréquence horizontale
- spécificités de la TCD
 - réelle
 - meilleure concentration de l'information que la TFD
- existence d'autres transformations plus simples mais moins efficaces



DFT vs DCT

Compression

F. Dufaux

Généralités

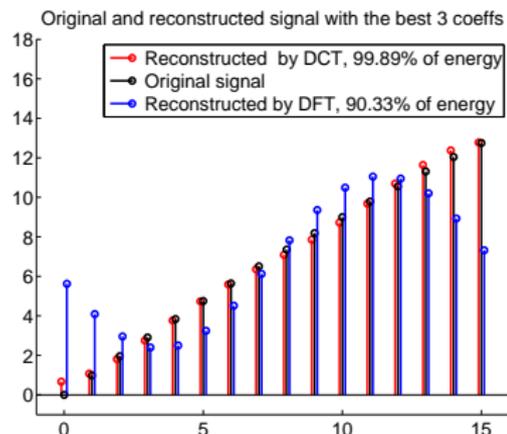
Quantif.

Méthodes prédictives

JPEG

DCT	
Coeff	% Energy
1	74.61
2	24.98
3	0.05
4	0.30
5	0.00
6	0.04
7	0.00
8	0.01
9	0.00
10	0.00
11	0.00
12	0.00
13	0.00
14	0.00
15	0.00
16	0.00

DFT	
Coeff	% Energy
1	74.61
2	7.86
3	2.04
4	0.97
5	0.60
6	0.43
7	0.35
8	0.31
9	0.30
10	0.31
11	0.35
12	0.43
13	0.60
14	0.97
15	2.04
16	7.86





Exemples de TCD

Fréquences spatiales

Compression

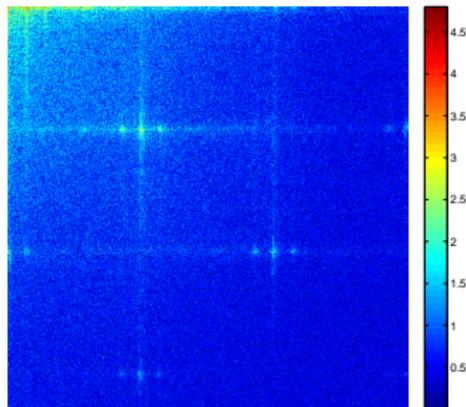
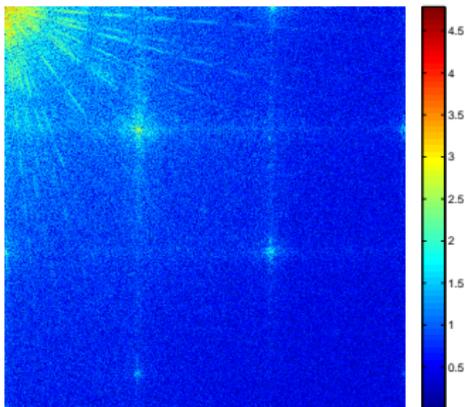
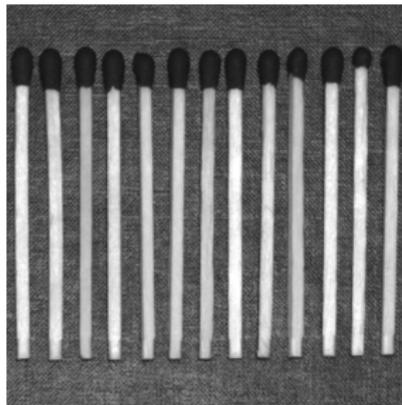
F. Dufaux

Généralités

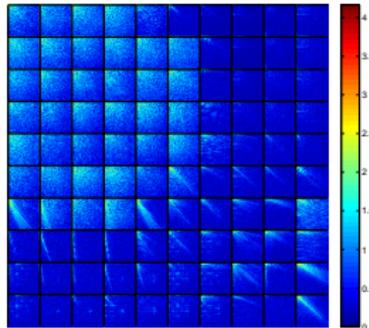
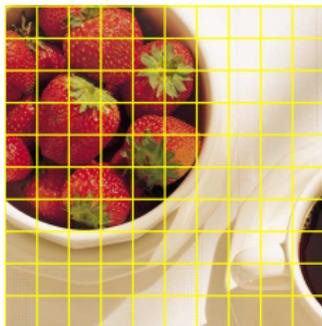
Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG



- image non stationnaire et de taille élevée
⇒ découpage en $I \times J$ blocs rectangulaires
($\mathcal{B}_{i,j}$) $_{0 \leq i < I, 0 \leq j < J}$, de taille $K \times L$ ($K = L = 8$)



$$N = IK$$

$$M = JL$$

On applique à chaque élément (k, ℓ) du bloc $\mathcal{B}_{i,j}$ un quantificateur $\mathcal{Q}_{k,\ell}$ de Lloyd-Max ayant $b_{k,\ell}$ bits
 ($(k, \ell) = (1, 1) \rightarrow$ loi uniforme, $(k, \ell) \neq (1, 1) \rightarrow$ loi de Laplace)

problème : trouver $\mathbf{b} = (b_{k,\ell})_{1 \leq k \leq K, 1 \leq \ell \leq L}$ minimisant

$$\mathcal{D}(\mathbf{b}) = \frac{1}{KL} \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^L \mathbb{E}\{(g_{i,j}(k, \ell) - \tilde{g}_{i,j}(k, \ell))^2\}$$

sous les contraintes $\frac{1}{KL} \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^L b_{k,\ell} = \bar{b}$ et $b_{k,\ell} \in \mathbb{N}$
 en supposant que

$$\mathbb{E}\{(g_{i,j}(k, \ell) - \tilde{g}_{i,j}(k, \ell))^2\} \propto \text{Var}\{g_{i,j}(k, \ell)\} / 2^{2b_{k,\ell}}$$

Donnez les ressources à ceux qui en ont besoin !

- 1 $b_{k,\ell} = 0, (k, \ell) \in \{0, \dots, K-1\} \times \{0, \dots, L-1\}$
- 2 calculer (k_0, ℓ_0) minimisant

$$\mathcal{D}((b_{k,\ell} + \delta_{k-k_0, \ell-\ell_0})_{0 \leq k < K, 0 \leq \ell < L})$$
- 3 $b_{k_0, \ell_0} = b_{k_0, \ell_0} + 1$
- 4 si $\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{\ell=0}^{L-1} b_{k,\ell} < K L \bar{b}$
alors retour 2

Formule analytique en hypothèse de haute résolution



Plan

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- 1 Généralités sur la compression d'images
- 2 Quantification
- 3 Méthodes prédictives
- 4 Codage par Transformée
- 5 JPEG**



Standard de codage JPEG

Compression

F. Dufaux

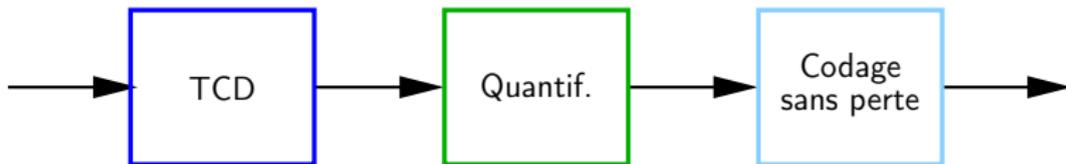
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- Norme de compression d'images basée sur la TCD
- Spécifiée en 1991, adoptée en 1992
- Normalise l'algorithme et le format de *decodage*
- On va parler d'un codeur à niveaux de gris, produisant un train binaire conforme



- L'image est préalablement découpée en blocs 8×8
- On soustrait 128 aux valeurs de luminance
- Les blocs sont codés indépendamment



JPEG

Découpage par blocs

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Exemple de bloc 8x8

173	171	171	143	109	100	91	96
171	169	150	137	112	101	94	96
184	158	139	120	110	107	94	100
170	156	134	119	117	104	98	99
157	147	125	127	103	109	90	98
149	146	132	120	113	107	101	93
147	141	119	119	111	101	100	92
160	122	117	116	115	116	102	95



- La taille de la TCD est 8×8
- Petits blocs \rightarrow signal stationnaire
- Grands blocs \rightarrow exploit de la corrélation
- Taille choisie après des expériences
- Coefficients TCD : impact SVH



Coefficients TCD du bloc considéré

985.3	186.2	34.1	11.6	7.3	1.6	4.9	-8.2
40.3	47.8	5.7	-26.0	-5.3	-3.5	4.0	-1.0
6.3	4.0	-9.3	-6.7	-1.2	8.1	3.4	4.1
-0.0	4.9	-13.3	-20.8	-10.4	-1.0	-4.5	-5.1
2.1	-1.3	-1.6	0.6	3.6	3.3	8.1	-1.7
1.3	3.7	2.4	-2.7	-2.2	-3.0	-4.1	7.8
5.1	0.4	3.1	4.8	-1.4	2.5	9.8	5.3
-5.6	1.6	4.4	0.1	3.3	2.3	4.3	-8.4



Ecart-type des coefficients TCD d'une image naturelle

396.64	100.99	49.26	31.15	19.74	14.57	8.76	7.33
100.23	55.78	37.40	24.77	16.44	11.70	8.44	6.25
49.42	36.39	28.01	20.40	14.64	10.46	7.64	5.88
30.82	24.05	19.73	15.47	11.99	8.88	6.83	5.45
21.09	16.79	14.79	11.54	9.19	7.30	5.90	4.68
15.32	11.91	10.31	8.71	7.15	5.78	4.61	3.91
11.22	8.58	7.66	6.78	5.69	4.64	3.82	3.24
8.21	6.65	5.93	5.52	4.45	3.75	3.15	2.80



JPEG

Quantification et allocation de débit

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- Quantification uniforme à zone morte
- $\tilde{c}_{i,j} = \left\lfloor \frac{c_{i,j}}{q_{i,j}} \right\rfloor$
- Le compromis débit distorsion est complètement géré par le tableau de quantification q
- Le standard ne spécifie pas q , qui doit être transmis
- Facteur de qualité Q



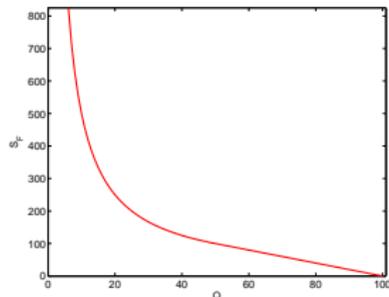
Exemple de table de quantification

$$q^* =$$

16	11	10	16	24	40	51	61
12	12	14	19	26	58	60	55
14	13	16	24	40	57	69	56
14	17	22	29	51	87	81	61
18	22	37	56	68	109	103	77
24	35	55	64	81	104	111	90
49	63	78	87	101	121	120	100
72	92	95	98	112	100	103	99

- Outil **non** normatif
- “Facteur de qualité” Q variable entre 1 et 100
- Définit un facteur d'échelle S_F pour la matrice de quantification

$$S_F = \begin{cases} \frac{5000}{Q} & 1 \leq Q \leq 50 \\ 200 - 2Q & 50 < Q \leq 99 \\ 1 & Q = 100 \end{cases}$$



$$q \leftarrow \frac{S_F q^* - 50}{100}$$



Coefficients quantifiés avec la table précédente

61	16	3	0	0	0	0	0
3	3	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0



JPEG

Quantification

Compression

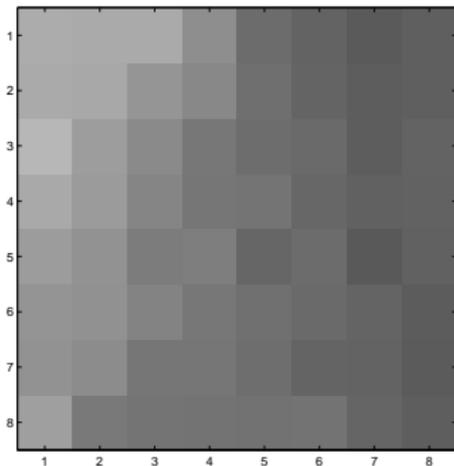
F. Dufaux

Généralités

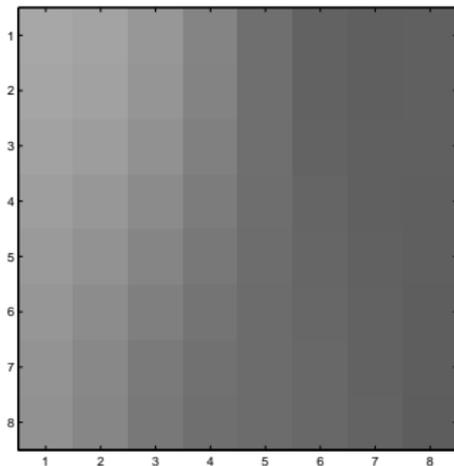
Quantif.

Méthodes
prédictives

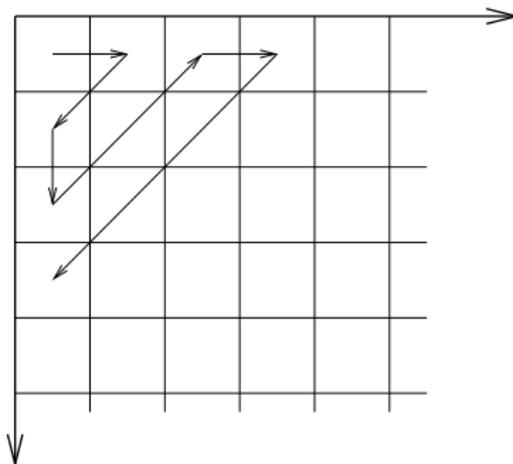
JPEG



Original



$\text{TCD} \rightarrow Q \rightarrow Q^{-1} \rightarrow \text{TCD}^{-1}$



- Zig-zag scan : concentre les coefficients nuls à la fin du balayage



JPEG

Codage sans perte

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

- Coefficient DC : codage prédictif + Huffman
- Coefficients AC : codage "run-length" + Huffman

coeff \neq 0	n. de 0	coeff \neq 0	n. de 0	...	EOB	...
----------------	---------	----------------	---------	-----	-----	-----



Coefficients quantifiés et codés

61	16	3	0	0	0	0	0
3	3	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$61-dc_{k-1}$	0,16	0,3	1,3	0,3	7,-1	EOB
---------------	------	-----	-----	-----	------	-----



JPEG

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Image Originale, 24 bpp





JPEG

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

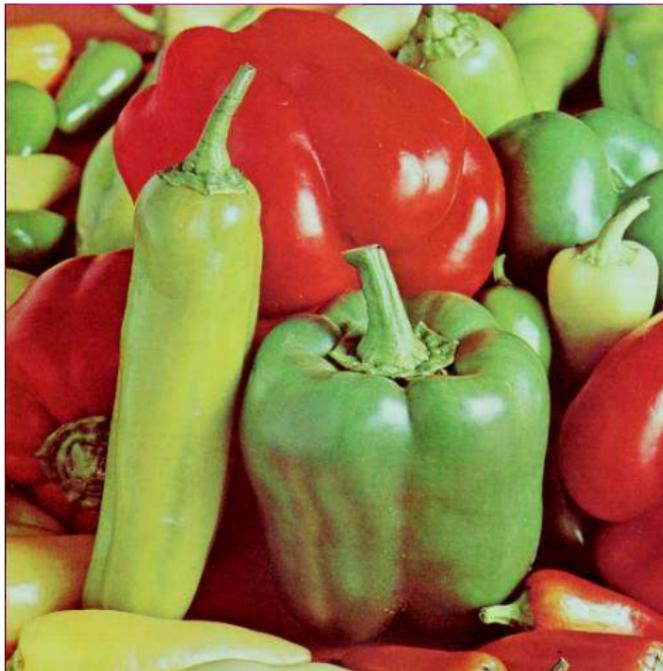
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 1.0198674.2 bpp PSNR 33.92 dB TC 23.532





JPEG

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 0.7481384.2 bpp PSNR 33.45 dB TC 32.080





JPEG

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 0.5017404.2 bpp PSNR 32.70 dB TC 47.834





JPEG

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

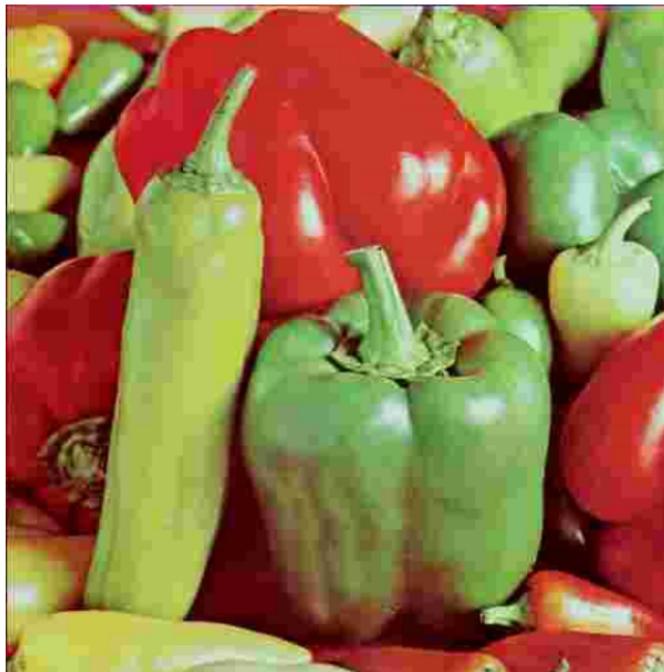
Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 0.3081364.2 bpp PSNR 31.31 dB TC 77.888





JPEG

Exemple de codage

Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Débit 0.2069704.2 bpp PSNR 29.50 dB TC 115.959





Compression

F. Dufaux

Généralités

Quantif.

Méthodes
prédictives

JPEG

Méthode assez efficace et bien maîtrisée (JPEG)
MAIS **effets de bloc**